

文章编号: 1000-8055(2010)09-2019-04

双因子仿真结果水平分析方法

邬文娟, 傅惠民

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 针对双因子的情况, 提出了一种仿真结果水平分析方法, 旨在对各因子的不同水平以及各因子水平组合的交互作用进行分析. 当仿真结果不正确时, 并非所有因子的所有水平以及它们之间所有的交互作用全都仿真错误. 该方法可以确定哪些因子的哪几个水平未被正确仿真, 或哪几对因子水平组合的交互作用未被正确模拟. 在工程应用中, 只需按照文中给出的流程图进行判断, 即可为仿真软件系统的编制和修改提供依据.

关 键 词: 水平分析; 仿真检验; 因子分析; 双因子; 小样本试验

中图分类号: TB301; O211

文献标识码: A

Double factor level analysis method of simulation results

WU Wen-juan, FU Hu-min

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: To analyze every factor level and every level combination interaction effect, a double factor level analysis method of simulation results was presented. When the simulation results were not correct, not all the factor levels and the level combination interaction effects were wrong. The presented method can determine which level of which factor has not been simulated correctly, or find out the incorrectly simulated level combination interaction effect. According to the flow chart in the paper, the method can be carried out in practical engineering, and guide the programming and the modification of simulation software system.

Key words: level analysis; simulation test; factor analysis; double factor; small sample experiment

目前在仿真技术广泛应用的同时也带来一个必须认真考虑的问题, 即如何对仿真结果的可信性进行检验^[1-5]. 国内外许多专家学者对其进行了研究探索, 但一直没有很好地解决这一难题^[6-7]. 为此, 文献[8-12]建立了仿真结果的小样本检验、状态分析和因子分析方法. 不仅可以有效地判断仿真结果正确与否, 而且还可以进一步确定哪些状态的仿真结果正确, 哪些状态的仿真结果错误,

哪些因素已被正确仿真, 哪些因素尚未被正确模拟.

鉴于在工程中, 仿真结果的影响因素通常都有多个水平, 而当仿真结果的某个影响因素未被正确仿真时, 并非其所有的水平全部仿真错误. 本文提出了一种双因子仿真结果水平分析方法, 该方法可在某个影响因素或交互作用未被正确仿真时, 进一步确定该因素的哪几个水平或因子水平

收稿日期: 2009-12-23; 修订日期: 2010-04-16

基金项目: 国家自然科学基金(10472006)

作者简介: 邬文娟(1983-), 女, 江西南昌人, 博士生, 从事小样本信息技术、仿真检验及可靠性研究

组合未被正确仿真, 从而为仿真软件系统的编制和修改提供依据。

1 仿真结果检验

设 A 和 B 是影响试验结果的两个因子, $A_1, A_2, \dots, A_r$ 是因子 A 的 r 个水平, $B_1, B_2, \dots, B_s$ 是因子 B 的 s 个水平。在每对因子水平组合 (A_i, B_j) 下进行了 n ($n \geq 2$) 次试验, 试验结果记为 X_{ijk} , 且有 $X_{ijk} \sim N(\mu_{ij}, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s; k = 1, 2, \dots, n$ 。并设 μ_{ij} 为因子水平组合 (A_i, B_j) 下真值 μ_{ij} 的仿真结果。当所有因子水平组合 (A_i, B_j) 下的仿真结果 μ_{ij} 全都正确时, 有

$$\begin{aligned} \mu_{ij} &= \mu_{ij} \\ i &= 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (1)$$

若令

$$\begin{aligned} Y_{ijk} &= X_{ijk} - \mu_{ij} \\ i &= 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s; k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

则当所有因子水平组合 (A_i, B_j) 下的仿真结果 μ_{ij} 全都正确, 即式(1)成立时, 有

$$\begin{aligned} Y_{ijk} &\sim N(0, \sigma^2) \\ i &= 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s; k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 通过检验 Y_{ijk} 是否来自于均值为零的正态母体, 可以判断所有因子水平组合 (A_i, B_j) 下的仿真结果 μ_{ij} 是否全都正确。

设样本组内平方和为

$$S_e^* = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^n (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot})^2 \quad (4)$$

样本组间平方和为

$$S_a^* = n \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \bar{Y}_{ij\cdot}^2 \quad (5)$$

其中 $\bar{Y}_{ij\cdot}$ 为因子水平组合 (A_i, B_j) 下所有 Y_{ijk} 的平均值

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ij\cdot} &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \\ i &= 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (6)$$

可以证明, 当所有因子水平组合 (A_i, B_j) 下的仿真结果 μ_{ij} 全都正确时, 有

$$\frac{S_a^*/rs}{S_e^*/[rs(n-1)]} \sim F[rs, rs(n-1)] \quad (7)$$

所以, 对于给定的显著性水平 α , 若

$$F = \frac{S_a^*/rs}{S_e^*/[rs(n-1)]} \geq F_\alpha[rs, rs(n-1)] \quad (8)$$

则可以断定仿真结果不正确。

2 仿真结果因子分析

当仿真结果不正确时, 并非所有影响因素的所有水平以及它们之间所有的交互作用全都仿真错误。下面, 将进一步通过仿真结果因子分析和水平分析, 判断是哪些影响因素的哪几个水平未被正确仿真, 或是哪几对因子水平组合的交互作用未被正确模拟。

设误差平方和为

$$S_e = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^n (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij\cdot})^2 \quad (9)$$

因子 A 效应平方和为

$$S_a = sn \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i\cdot\cdot} - \bar{Y})^2 \quad (10)$$

因子 B 效应平方和为

$$S_b = rn \sum_{j=1}^s (\bar{Y}_{\cdot j\cdot} - \bar{Y})^2 \quad (11)$$

A 和 B 交互效应平方和为

$$S_{a \times b} = n \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s (\bar{Y}_{ij\cdot} - \bar{Y}_{i\cdot\cdot} - \bar{Y}_{\cdot j\cdot} + \bar{Y})^2 \quad (12)$$

其中 $\bar{Y}_{ij\cdot}$ 见式(6)

$$\bar{Y} = \frac{1}{rsn} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \quad (13)$$

$$\bar{Y}_{i\cdot\cdot} = \frac{1}{sn} \sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (14)$$

$$\bar{Y}_{\cdot j\cdot} = \frac{1}{rn} \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (15)$$

可以证明, 在显著性水平 α 下, 若

$$F_a = \frac{S_a/(r-1)}{S_e/[rs(n-1)]} \geq F_\alpha[r-1, rs(n-1)] \quad (16)$$

则可以断定因子 A 未被正确仿真。若

$$F_b = \frac{S_b/(s-1)}{S_e/[rs(n-1)]} \geq F_\alpha[s-1, rs(n-1)] \quad (17)$$

则可以断定因子 B 未被正确仿真。若

$$F_{a \times b} = \frac{S_{a \times b}/[(r-1)(s-1)]}{S_e/[rs(n-1)]} \geq F_\alpha[(r-1)(s-1), rs(n-1)] \quad (18)$$

则可以断定因子 A 和 B 的交互作用未被正确仿真。

3 仿真结果水平分析

3.1 因子A 水平分析

若因子A 未被正确仿真, 因子B 及交互作用仿真正确, 则需继续判断是因子A 的哪几个水平未被正确仿真.

可以证明, 当因子A 的第*i* 个水平仿真正确时, 有

$$\frac{\sqrt{sn} \cdot Y_{i\cdot\cdot}}{\sigma} \sim N(0, 1) \tag{19}$$

又因

$$\frac{S_e}{\sigma^2} \sim \chi^2[rs(n-1)] \tag{20}$$

则有

$$t_{ai} = \frac{\sqrt{sn} \cdot Y_{i\cdot\cdot}}{\sqrt{S_e/[rs(n-1)]}} \sim t[rs(n-1)] \tag{21}$$

所以, 对于给定的显著性水平 α 因子A 的第*i* 个水平仿真正确的拒绝域为

$$|t_{ai}| \geq t_{\alpha/2}[rs(n-1)]$$
$$i = 1, 2, \dots, r \tag{22}$$

若在因子A 的某个水平下, 式(22) 成立, 则可以断定因子A 的该水平未被正确仿真.

3.2 因子B 水平分析

若因子B 未被正确仿真, 因子A 及交互作用仿真正确, 则需继续判断是因子B 的哪几个水平未被正确仿真.

同理可得, 当因子B 的第*j* 个水平仿真正确时, 有

$$t_{bj} = \frac{\sqrt{rn} \cdot Y_{\cdot j\cdot}}{\sqrt{S_e/[rs(n-1)]}} \sim t[rs(n-1)] \tag{23}$$

所以, 对于给定的显著性水平 α 因子B 的第*j* 个水平仿真正确的拒绝域为

$$|t_{bj}| \geq t_{\alpha/2}[rs(n-1)]$$
$$j = 1, 2, \dots, s \tag{24}$$

若在因子B 的某个水平下, 式(24) 成立, 则可以断定因子B 的该水平未被正确仿真.

3.3 因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 交互作用分析

若因子A 和B 的交互作用未被正确仿真, 而因子A、B 仿真正确, 则需继续判断是哪几对因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 的交互作用未被正确仿真.

可以证明, 当因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 的交互

作用仿真正确时, 有

$$t_{ij} = \frac{\sqrt{n} \cdot Y_{ij\cdot}}{\sqrt{S_e/[rs(n-1)]}} \sim t[rs(n-1)] \tag{25}$$

所以, 对于给定的显著性水平 α 因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 的交互作用仿真正确的拒绝域为

$$|t_{ij}| \geq t_{\alpha/2}[rs(n-1)]$$
$$i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, s \tag{26}$$

若在某对因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 下, 式(26) 成立, 则可以断定该因子水平组合(*A_i*, *B_j*) 的交互作用未被正确仿真.

4 仿真结果检验、因子分析和水平分析流程

本文方法可用于指导仿真软件系统的编制和修改, 其流程如图1 所示. 首先, 结合小样本的试验结果, 对仿真结果进行检验. 若通过检验, 说明仿真结果正确, 仿真软件系统中没有错误, 则结束判断. 若未通过检验, 说明仿真结果中有错误, 仿真软件系统存在问题, 则继续进行因子分析和水平分析, 确定是哪些影响因素的哪几个水平未被正确仿真, 或是哪几对因子水平组合的交互作用未被正确模拟. 针对仿真错误的因子水平或交互作用对仿真软件系统进行修改, 重新仿真得到新的仿真结果, 再次进行检验. 如此循环操作, 直到修改后的仿真软件系统的仿真结果通过检验.

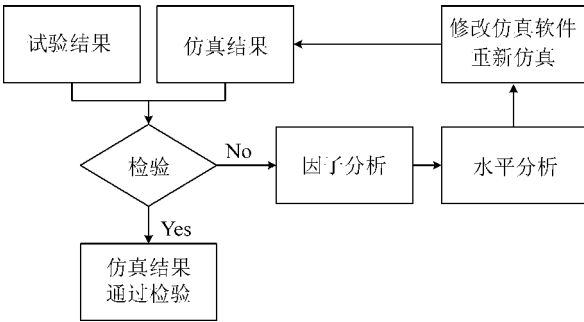


图1 仿真结果检验、因子分析和水平分析流程图

Fig.1 Flow chart of test, factor analysis and level analysis of simulation results

5 结 论

1) 本文针对双因子的情况, 提出了一种仿真结果水平分析方法, 可有效地对各因子的不同水平以及各因子水平组合的交互作用进行分析.

2) 当仿真结果不正确时, 并非所有影响因素

的所有水平以及它们之间所有的交互作用全都仿真错误. 本文方法可以确定是哪些影响因素的哪几个水平未被正确仿真, 或是哪几对因子水平组合的交互作用未被正确模拟.

3) 在工程应用中, 只需按照本文给出的流程图进行判断, 即可完成对仿真结果的检验、因子分析和水平分析, 为仿真软件系统的编制和修改提供了依据.

参考文献

- [1] Najafi A F, Saemi S D, Saidi M H. Numerical simulation of vortex engine flow field: one phase and two phases[J]. Journal of Thermal Science, 2009, 18(3): 226-234.
- [2] Polack F A C, Andrews P S, Sampson A T. The engineering of concurrent simulations of complex systems [C]//Proceedings of 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Trondheim, Norway: IEEE, 2009: 217-224.
- [3] Ang C S, Zaphiris P. Simulating social networks of online communities: simulation as a method for sociability design [C]//Lecture Notes in Computer Science. Uppsala, Sweden: Springer Verlag Berlin, 2009: 443-456.
- [4] GAO Yuan, GU Liangxian, PAN Lei. Modeling and simulating dynamics of missiles with deflectable nose control [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(5): 474-479.
- [5] Riou J, Garnier E, Deck S, et al. Improvement of delayed-detached eddy simulation applied to separated flow over missile fin[J]. AIAA Journal, 2009, 47(2): 345-360.
- [6] LIU Fei, YANG Ming. An optimal design method for simulation verification, validation and accreditation schemes[J]. Simulation, 2009, 85(6): 375-386.
- [7] David N. Validation and verification in social simulation: patterns and clarification of terminology [C]//Lecture Notes in Computer Science. Brescia, Italy: Springer Verlag Berlin, 2009: 117-129.
- [8] 傅惠民. 异方差分析方法[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 196-201.
- FU Huimin. Method for heteroscedastic analysis [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(2): 196-201. (in Chinese)
- [9] 傅惠民, 邬文娟. 多因子异方差分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 345-350.
- FU Huimin, WU Wenjuan. Multiway heteroscedastic analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 345-350. (in Chinese)
- [10] 傅惠民. 仿真结果统计检验方法[J]. 机械强度, 2005, 27(5): 598-603.
- FU Huimin. Statistical test method for simulation results [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(5): 598-603. (in Chinese)
- [11] 傅惠民, 邬文娟. 确定性仿真结果检验和因子分析方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22(2): 169-174.
- FU Huimin, WU Wenjuan. Methods for test and factor analysis of determinate simulation results [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(2): 169-174. (in Chinese)
- [12] 邬文娟, 傅惠民. 仿真结果检验和状态分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(5): 1092-1096.
- WU Wenjuan, FU Huimin. Method for test and state analysis of simulation results [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(5): 1092-1096. (in Chinese)